**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Методы вычислений

Methods of Computation

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 5

Регистрационный номер рабочей программы: 002236

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Дисциплина «Методы вычислений» является одной из базовых дисциплин цикла (Б2), формирующего подготовку специалиста в области социологии и международных отношений. Она представляет собой комплекс знаний умений и навыков, позволяющих овладеть основами вычислительных методов и квалифицированно применять теоретические основы численных методов для практических вычислений.

Отдельные параметры двух семестрового курса могут варьироваться по степени сложности в зависимости от начальной подготовки студентов. Курс должен быть построен на принципах компетентностного, деятельностного подхода к вычислительной математике как средству обоснованного проведения различных расчетов с применением высокопроизводительных компьютеров, что предполагает распределение содержания обучения вычислительной математике по следующим видам деятельности: изучение теоретического материала, а также составление алгоритмов, отладка программ, численный счет в рамках вычислительного практикума.

Основным методологическим принципом построения программы курса, равно как и всей концепции обучения дисциплине методов вычислений в целом, является принцип поэтапного системного накопления знаний и формирования необходимых компетенций по модели: от простого и/или знакомого - к сложному и/или незнакомому, а основной методологической стратегией прохождения отдельных разделов программы является ступенчатость и цикличность, предусматривающие постепенный возврат к ранее усвоенному материалу на более высоком концептуальном уровне.

Цель изучения дисциплины методов вычислений: обучение студентов методам вычислительной математики; развитие у студентов доказательного, логического мышления; знакомство с различными численными методами, подготовка к самостоятельному решению различных вычислительных задач.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Программа курса предназначена для обучающихся, изучавших математику в объеме двух курсов математико-механического факультета и владеющих базовыми навыками работы с компьютером.

Максимальная эффективность Программы будет обеспечена при условии, что обучающийся:

владеет основами математического анализа, линейной алгебры, геометрии.

владеет основами программирования, достаточными для составления простейших программ.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Владение следующими разделами курса:

Вычислительные методы линейной алгебры.

Методы решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений

Общая теория и практика построения приближенных методов решения интегральных уравнений, и дифференциальных уравнений в частных производных.

Формируемые компетенции в результате освоения дисциплины:

|  |  |
| --- | --- |
| ОПК-1 | Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности |
| ПКА-1 | Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий |

К концу обучения обучающийся должен:

• справляться с вычислением собственных значений и числа обусловленности матрицы;

• овладеть основами решения систем линейных алгебраических уравнений итерационными методами;

• приобрести навыки решения систем линейных уравнений методом Гаусса.

• справляться с решением нелинейного уравнения методом Ньютона (основным и модифицированным), методом секущих.

• овладеть общей теорией и практикой построения приближенных методов решения интегральных уравнений, сеточными и проекционными методами решения уравнений в частных производных.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Аудиторная учебная работа: теоретические занятия и текущее тестирование, контрольные работы в конце изучения темы (на практике).

Самостоятельная работа: без участия преподавателя (индивидуальная работа с доступными информационными и образовательными ресурсами, имеющимися в библиотеке, в открытом доступе в сети Интернет и локальной сети Университета с целью преодоления индивидуальных трудностей в освоении отдельных разделов курса, а также удовлетворения личных познавательных потребностей.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 6 | 60 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 88 |  | 28 |  | 4 | 5 |
|  | 2-100 |  | 2-100 |  |  |  |  |  | 2-100 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 60 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 88 |  | 28 |  |  | 5 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 6 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Курс обучения состоит из разделов:

I. Решение задач линейной алгебры

II. Приближенное решение нелинейных уравнений и систем

III. Общая теория приближенных методов

IV. Приближенное решение интегральных уравнений

V. Проекционные методы

VI. Метод сеток

РАЗДЕЛ 1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

Нормы векторов и матриц. Матричная геометрическая прогрессия. Обратимость матрицы, близкой к обратимой. Теорема о кругах Гершгорина. Оценка неустранимой погрешности при решении систем линейных уравнений. Вопросы устойчивости в задачах о собственных числах. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Методы простой итерации и Зейделя и условия их сходимости. Обращение матриц, итеративный метод уточнения обратной матрицы. Степенной метод нахождения наибольшего собственного числа матрицы. Полная проблема собственных чисел: метод Крылова, метод Якоби для симметричных матриц. Некоторые методы ускорения сходимости: метод Люстерника, метод Эйткена.

РАЗДЕЛ 2. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ

Метод итерации. Принцип сжатых отображений. Понятие порядка сходимости итеративного процесса и признак квадратичной сходимости. Метод Ньютона: алгоритм, квадратичная сходимость. Теорема о сходимости модифицированного метода Ньютона.

РАЗДЕЛ 3. Общая теория приближенных методов

Теоремы о близких уравнениях. Общая схема приближенных методов. Мера аппроксимации. Теоремы о сходимости каркасов приближенных решений и самих приближенных решений. Определение устойчивости и теоремы о признаках устойчивости.

РАЗДЕЛ 4. Приближенное решение интегральных уравнений

Метод замены ядра на вырожденное: оценка погрешности, сходимость. Принцип компактной аппроксимации в простейшей форме. Метод механических квадратур. Теорема Мысовских о сходимости и устойчивости метода.

РАЗДЕЛ 5. Проекционные методы

Алгоритм методов. Полные системы элементов банахова пространства и проекционные операторы. Теорема Канторовича о сходимости проекционных методов. Метод Галёркина для уравнений второго рода: сходимость и устойчивость. Энергетическое пространство положительно определенного оператора и метод Ритца. Сходимость и устойчивость метода Ритца. Применение метода Ритца к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Метод Галёркина для уравнений с положительно определённой главной частью: теорема Михлина о сходимости, вопросы устойчивости.

РАЗДЕЛ 6. Метод сеток

Алгоритмы метода сеток. Аппроксимация дифференциальных выражений разностными. Метод конечных элементов. Понятие явных и неявных разностных схем. Исследование метода конечных элементов для обыкновенных дифференциальных уравнений. Исследование конкретных разностных схем: метод сеток для эллиптических уравнений, явная и неявная разностные схемы для уравнения теплопроводности. Вопросы решения систем разностных уравнений, метод прогонки.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Методические материалы включают в себя следующие типы материалов — учебники, учебные пособия, методические указания для студентов, Интернет-ресурсы, электронные учебные пособия, с опорой на которые проводится аудиторная работа.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа обучающегося, как вид деятельности, стимулирующий активность, самостоятельность, познавательный интерес с целью поиска необходимой информации, приобретения знаний, использования этих знаний для решения учебных, научных и профессиональных задач, представляет собой важную составляющую учебного процесса, которой отводится не менее половины учебного времени при очной форме обучения. Время, отводимое на самостоятельную работу, должно использоваться студентами для наиболее полного освоения учебной дисциплины. Следовательно, организация эффективной внеаудиторной самостоятельной работы в процессе обучения требует, с одной стороны, создание условий, призванных обеспечить рациональное и планомерное управление учебной деятельностью, протекающей в отсутствие преподавателя, и тщательной подготовки целого ряда учебных пособий, снабженных методическими указаниями, с другой стороны.

К числу методических пособий относятся:

• учебно-тематический план работы, в котором определена тематика и виды самостоятельной работы и указан рекомендуемый объем материала и время его освоения;

• общие методические рекомендации и указания по самостоятельной работе;

• обучающие программы, в том числе сетевые и интерактивные, которые могут быть использованы обучающимся самостоятельно. К этой категории можно отнести дополнительные ресурсы, предлагаемые авторами и издателями УМК на различных носителях, включая CD-ROM

• фонд контрольных заданий и тестов для самоконтроля, которые позволяют оценить уровень знаний, навыков и умений студентов согласно требованиям курса, государственным стандартам и европейским компетенциям.

Роль преподавателя в организации самостоятельной работы состоит в координации действий обучающихся в освоении дисциплины, в методическом и организационном обеспечении учебного процесса. Взаимодействие между преподавателем и студентом осуществляется в форме консультаций. Преподаватели также оказывают помощь студентам по планированию и организации самостоятельной работы.

Контроль за самостоятельной работой может осуществляться в форме коротких опросов и тестов, рефератов, бесед по прочитанному, углубленных вопросов по темам занятий, дополнительных вопросов, и т.д.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Экзамен проводится в устно-письменной форме по билетам, содержащим два вопроса. Ответы на эти вопросы должны быть написаны четко и разборчиво на бумаге во время подготовки, на которую отводится не более одного академического часа.

**Критерии оценивания экзамена:**

• знание определений, формулировок и доказательств утверждений

• знание фактического материала

• владение необходимым математическим аппаратом

• умение применять имеющиеся теоретические знания при решении задач

• критическое и самостоятельное изложение материала

• способность отвечать на дополнительные вопросы по программе экзамена.

**Система оценивания экзамена**

Оценка «отлично» (A) выставляется в том случае, если:

• дан исчерпывающий ответ на поставленные вопросы билета

• даны ответы на дополнительные вопросы

• продемонстрировано наличие глубоких знаний в рамках программы экзамена

• безошибочно использован математический аппарат

• решены поставленные задачи.

Оценка «хорошо» (B)

• дан полный ответ на поставленные вопросы билета

• даны ответы на дополнительные вопросы

• продемонстрировано наличие хороших знаний в рамках программы экзамена

• безошибочно использован математический аппарат

• поставленные задачи решены частично.

Оценка «хорошо» (C)

• дан достаточно полный ответ на поставленные вопросы билета

• даны ответы на большую часть дополнительных вопросов

• продемонстрировано наличие хороших знаний в рамках программы экзамена

• в целом верно использован математический аппарат

• поставленные задачи решены частично.

Оценка «удовлетворительно» (D)

• дан ответ на поставленные вопросы билета

• даны ответы на отдельные дополнительные вопросы

• продемонстрировано наличие знаний в рамках программы экзамена

• использование математического аппарата содержит неточности

• поставленные задачи решены лишь в целом.

Оценка «удовлетворительно» (E)

• дан ответ на один из двух вопросов билета

• даны ответы на отдельные дополнительные вопросы

• продемонстрировано наличие знаний в рамках программы экзамена

• использование математического аппарата содержит неточности

• поставленные задачи решены лишь в целом.

Оценка «неудовлетворительно» (F)

• не дан ответ на поставленные вопросы билета

• не даны ответы ни на один дополнительный вопрос

• продемонстрирована недостаточность знаний в рамках программы экзамена

• использование математического аппарата содержит грубые ошибки

• поставленные задачи не решены.

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Аппарат контроля усвоения материала включает в себя задания, тесты, контрольные работы, необходимые для эффективного контроля усвоения учебного материала. Этот раздел состоит из тестов, завершающих каждую тему, тестов для самопроверки и итогового теста.

Список вопросов (экзамен VI семестр)

1. Нормы векторов и матриц. Согласованные и подчиненные   
матричные нормы. Норма Фробениуса матриц. Вычисление норм 

2. Локализация собственных чисел матрицы. Круги Гершгорина.

3. SVD разложение. Сингулярные числа матрицы.

4. Обусловленность СЛАУ. Примеры.

5. Абсолютная и относительная ошибки решения возмущенной

системы линейных алгебраических уравнений.

6. Оценки возмущений собственных чисел симметричной матрицы.

7. Оценки возмущений собственных чисел и собственных векторов произвольной матрицы простой структуры.

8. Метод исключения Гаусса и его трактовка как LU-разложения.

9. Метод А.Н.Крылова нахождения собственных чисел и векторов.

10. Степенной метод нахождения наибольшего собственного числа.

11. Метод скалярных произведений.

12. Метод сдвига и метод обратных итераций.

13. Метод вращений (Якоби).

14. Метод простой итерации решения линейных систем.

15. Метод Зейделя и его сравнение с методом простой итерации.

16. Уточнение (вычисление) элементов обратной матрицы.

17. Метод Ричардсона решения линейных систем.

18. Метод итерации решения нелинейных уравнений и его порядок.

19. Метод Ньютона решения уравнений. Примеры.

20. Методы решения систем нелинейных уравнений.

21. Оценка абсолютной погрешности решения при замене уравнения близким.

22. Число обусловленности оператора. Оценка относительной погрешности при замене уравнения близким.

23. Мера аппроксимации. Теорема о сходимости каркасов приближенных решений.

24. Теорема о сходимости приближенных решений.

25. Теорема об устойчивости процесса отыскания каркасов приближенных решений.

26. Теорема об устойчивости процесса построения приближенных решений.

27. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Построение решения и резольвенты.

28. Оценка погрешности метода замены ядра на вырожденное.

29. Алгоритм метода механических квадратур и его сходимость.

30. Сущность проекционных методов. Две схемы исследования.

31. Признак сходимости последовательности проекционных операторов.

32. Теорема о сходимости проекционных методов.

33. Метод Галеркина для уравнений второго рода.

34. Энергетическое пространство положительно определенного оператора.

35. Теорема о функционале энергии.

36. Сущность метода Ритца. Теорема о сходимости.

37. Теорема о признаке полноты системы в энергетическом пространстве.

38. Энергетическое пространство обыкновенного дифференциального оператора второго порядка при различных граничных условиях.

39. Полнота полиномиальной и тригонометрической систем в энергетическом пространстве обыкновенного дифференциального оператора.

40. Построение конечно-разностных уравнений для эллиптического дифференциального уравнения.

41. Построение конечно-разностных схем для уравнений теплопроводности. Понятие явной и неявной разностной схемы.

42. Матрицы монотонного типа. Оценки решения системы с матрицей монотонного типа.

43. Теорема об ограниченности обратных матриц метода сеток для эллиптического дифференциального уравнения.

44. Мера аппроксимации и теорема о сходимости метода сеток для эллиптического дифференциального уравнения.

45. Метод итерации решения сеточных эллиптических уравнений.

46. Теорема об ограниченности обратных матриц метода сеток для явной разностной схемы для уравнения теплопроводности.

47. Мера аппроксимации и теорема о сходимости явной разностной схемы для уравнения теплопроводности.

48. Теорема о показательной неустойчивости явной разностной

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса применяется анкетирование в соответствии с методикой и графиком, утвержденными в установленном порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К преподаванию дисциплины могут быть допущены преподаватели, имеющие диплом о высшем образовании по соответствующему направлению.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Специальных требований нет.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

В аудиториях, где проводятся занятия, необходимо наличие досок и средств письма на них.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Аудитории для проведения практических занятий должны быть оснащены проекционной техникой и компьютером.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Необходимо наличие компьютерных классов.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Специализированное программное обеспечение для компьтерных классов, пакет Maple.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Расходные материалы не требуются

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Мысовских И.П. Лекции по методам вычислений. СПб., 1998.

2. Бхвалов Н.С. Численные методы. Ч.I.

3. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Численные методы линейной алгебры

4. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. М., 1980. 352 с.

5. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы высшей математики. Т.1 Минск, 1972, Т.2 Минск, 1975.

6. Даугавет И.К. Теория приближенных методов. Линейные уравнения. «БХВ-Петербург», 2006.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. М.1975.

2. Гавурин М.К. Лекции по методам вычислений. М. 1971.

3. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М. 1970..

4. Годунов С.К., Рябенький В.С. Введение в теорию разностных схем. М. 1962.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Ресурсы сети Интернет.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Рябов В.М. д.ф-м.н, проф, Зав. кафедрой, [v.ryabov@spbu.ru](mailto:v.ryabov@spbu.ru), тел 4284212